

Formulaire sur les équations différentielles.

I. Linéaires du 1^{er} ordre.

1.1. Equations différentielles à variables séparables.

$$(1) \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{df}{dt}$$

- (2) Séparer les variables
- (3) Intégrer
- (4) Trouver la constante d'intégration (s'il y en a)
- (5) Remplacer dans l'équation les conditions initiales ($f_0, t, f(t)$)
- (6) Etalonnage (ex : f à $t=7, f(7)=$)

1.2. Linéaires du 1^{er} ordre par la méthode de variation des constantes.

Y général = Y homogène + Y partiel

Y homogène par S.V. (Séparation des Variables)

Y partiel par V.C. (Variation des Constantes)

1.3. Linéaires du 1^{er} ordre par la méthode du facteur intégrant.

$$y' + P(x)y = Q(x)$$

$$(1) F = e^{\int P(x) dx}$$

$$(2) y_h = \frac{C}{F}$$

$$(3) y_p = \frac{\int [Q(x) * F] dx}{F}$$

$$(4) y = y_h + y_p$$

1.4. Linéaires du 1^{er} ordre par la méthode complexe.

$$y' + by = d e^{zt}$$

$$y = C e^{-bt} + \frac{d}{z+b} e^{zt}$$

Rem 1

$$d \sin(wt) = \text{Im} \left[d * e^{j\omega t} \right]$$

$$d \cos(wt) = \text{Re} \left[d * e^{j\omega t} \right]$$

$$e^{j\omega t} = \cos(wt) + j \sin(wt)$$

$$(a + bj) + (a - bj) = a^2 + b^2$$

2. Linéaires du 2^{ème} ordre.

2.1. Problèmes Newtoniens.

- (1) les inconnues (x, x', x'', t)
- (2) $\sum \vec{F}_i = m \vec{a} = m x''$
- (3) Sélectionner les axes orientés
- (4) trouver x''
- (5) Elaborer un système et le résoudre

2.2. Méthode générale.

$$ay'' + b y' + c y = m$$

- (1) calculer P.C. (polynôme caractéristique) et trouver λ_1 et λ_2
- (2)
$$\begin{cases} y' - \lambda_1 y = Z \\ Z' - \lambda_2 Z = m \end{cases}$$
- (3) Calculer Z avec $Z' - \lambda_2 Z = m$
- (4) Calculer Y avec Z et $y' - \lambda_1 y = Z$

2.3. Méthode complexe.

$$ay'' + b y' + c y = d e^{zt}$$

y_h ?

$$ay'' + b y' + c y = 0$$

- (1) calculer P.C. (polynôme caractéristique) si $\Delta > 0$

$$y_h = D e^{\lambda_1 * t} + C e^{\lambda_2 * t}$$

si $\Delta = 0$

$$y_h = (C * t + D) e^{\lambda_1 * t}$$

si $\Delta < 0$

$$y_h = e^{\text{Re}(\lambda) * t} (C \sin \text{Im}(\lambda) * t + D \cos \text{Im}(\lambda) * t)$$

$$\lambda = \lambda_1 \text{ ou } \lambda_2$$

$$y_p = \frac{d * e^{z * t}}{a * z^2 + bz + c}$$

voir Rem 1

Ce formulaire ne sera pas suffisant pour réussir l'interro.

Manques : les problèmes de la méthode 1.1.
 les trois triangles d'impédances
 les résolutions de circuits électriques
 les problèmes Newtoniens
 le problème du pendule
 le problème du ressort horizontal
 le problème du ressort vertical