

Formulaire sur les équations différentielles

I. Linéaires du 1^{er} Ordre	II. Linéaires du 2nd ordre
<p>1. <u>Equations différentielles à variables séparables.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{df}{dt}$ 2) Séparer les variables 3) Intégrer 4) Si possible trouver la constante d'intégration 5) Remplacer dans l'équation les conditions initiales ($f_0, t, f(t)$) 6) Etalonnage (ex : f à $t=7, f(7)=$) <p>2. <u>La méthode générale</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $Y_{\text{général}} = Y_{\text{homogène}} + Y_{\text{particulière}}$ 2) $Y_{\text{homogène}}$ par Séparation des variables 3) $Y_{\text{particulière}}$ par Variation des Constantes <p>3. <u>La méthode du facteur intégrant</u></p> $y' + P(x)y = Q(x)$ <ol style="list-style-type: none"> 1) $F = e^{\int P(x)dx}$ 2) $y_h = \frac{C}{F}$ 3) $y_p = [\int (Q(x) * F) dx] * \frac{1}{F}$ 4) $y = y_h + y_p$ <p>4. <u>La méthode complexe</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Equation $y' + by = d e^{zt}$ <ol style="list-style-type: none"> 2) Solution $y = C e^{-bt} + \frac{d}{z + b} e^{zt}$ <p><i>Remarque : écriture Eulérienne :</i></p> $d \sin(\omega t) = \text{Im}[d * e^{j\omega t}]$ $d \cos(\omega t) = \text{Re}[d * e^{j\omega t}]$ $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t)$ $(a + bj) * (a - bj) = a^2 + b^2$	<ol style="list-style-type: none"> 1. <u>Méthode générale</u> $y'' + by' + cy = m$ <ol style="list-style-type: none"> 1) Calculer le P.C. (polynôme caractéristique). $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ <ol style="list-style-type: none"> 2) Trouver les racines : λ_1 et λ_2 3) Résoudre le système différentiel $\begin{cases} y' - \lambda_1 y = S \\ S' - \lambda_2 S = m \end{cases}$ <ol style="list-style-type: none"> 4) Calculer S avec $S' - \lambda_2 S = m$ 5) Calculer y connaissant S <p>2. <u>Méthode complexe</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Equation $y'' + by' + cy = d e^{zt}$ <ol style="list-style-type: none"> 2) Trouver l'homogène $y'' + by' + cy = 0$ <p>Calculer le Polynôme caractéristique</p> <p>Si $\Delta > 0$ $y_h = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t}$ Si $\Delta = 0$ $y_h = (A * t + B) e^{\lambda_1 t}$ Si $\Delta < 0$</p> $y_h = e^{\text{Re}(\lambda) * t} (C \sin \text{Im}(\lambda) * t + D \cos \text{Im}(\lambda) * t)$ <p>($\rightarrow \lambda = \lambda_1$ ou λ_2)</p> <ol style="list-style-type: none"> 3) Trouver la particulière $y_p = \frac{d * e^{zt}}{z^2 + bz + c}$ <ol style="list-style-type: none"> 4) Trouver la générale $y_g = y_h + y_p$
	<p>III. Applications</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <u>Problèmes Newtoniens</u> <ol style="list-style-type: none"> 1) Les inconnues (x, x', x'', t) 2) $\sum F_i = m a = m x''$ 3) Sélectionner les axes orientés 4) Trouver x'' 5) Elaborer un système et le résoudre <p>2. <u>Equations de circuits électriques</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) RC et RL \rightarrow utiliser les linéaires du 1^{er} ordre. 2) RLC \rightarrow utiliser les linéaires du second ordre.