

# Labo de calcul numérique

## Calcul de $f(x) = 0$ par méthode dichotomique

### 1 - Informations trouvées sur Internet :

On cherche à calculer un zéro d'une fonction réelle continue  $f$  sur un intervalle  $[a, b]$ , prenant des valeurs de signes opposés aux extrémités. Le théorème des valeurs intermédiaires assure l'existence d'un zéro. L'idée de la dichotomie est de chercher un zéro sur  $[a, (a+b)/2]$  ou bien sur  $[(a+b)/2, b]$ , selon le signe de  $f((a+b)/2)$ .

```
double zero_dicho(double a, double b)
{
    double m = (a+b)/2;
    double fm = f(m);

    if (fabs(fm)<eps)
    {
        return m;
    }
    else
    {
        if (f(a)*fm<0)
        {
            return zero_dicho(a,m);
        }
        else
        {
            return zero_dicho(m,b);
        }
    }
}
```

La condition d'arrêt est  $\text{fabs}(fm) < \text{eps}$ ,  $\text{eps}$  étant une variable globale.

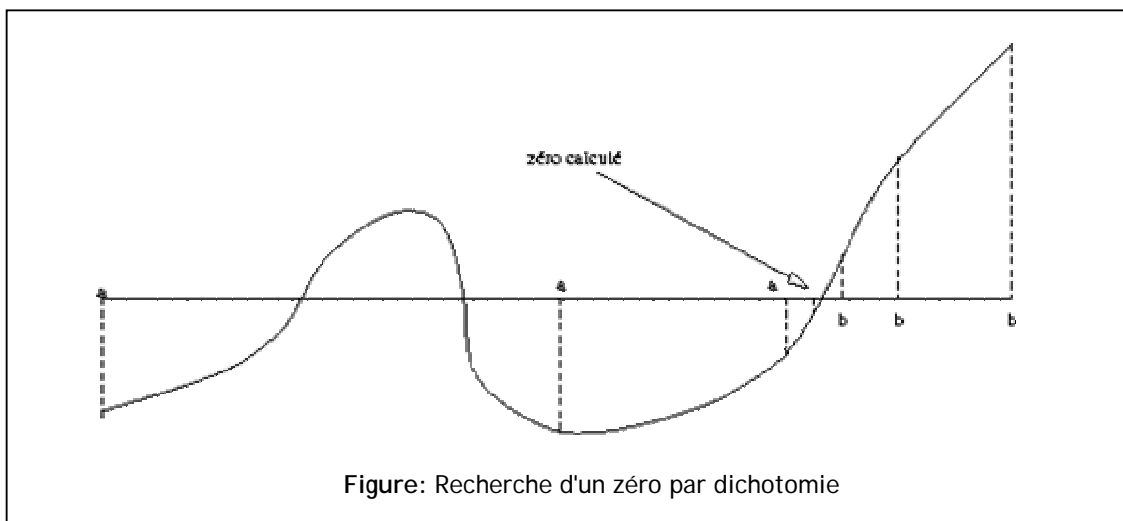


Figure: Recherche d'un zéro par dichotomie

## 2 - Algorithme :

La méthode se base sur le principe que l'on travaille dans un intervalle connu incluant une et une seule racine. Il faut donc vérifier que la borne inférieure et la borne supérieure soient de signes différents.

Une fois ces informations contrôlées, on cherche un zéro au point milieu de l'intervalle. On a trois cas de figure :

a - La fonction est égale à zéro dans cet intervalle : on a trouvé la racine et on peut terminer le programme.

b - Le résultat est de même signe que la borne inférieure, on déplace la borne inférieure à la place de ce point milieu.

c - Le résultat est de même signe que la borne supérieure, on déplace celle-ci à la place du point milieu.

NB : Dans les cas de figure b et c, on recommence le test avec le nouvel intervalle.

## 3 - Algorithme :

En annexe

#### 4 - Exemple numérique :

$$F(x) = 4x - 2 \quad \text{Borne supérieure (borne\_sup)} = 13 \quad \text{Borne inférieure (borne\_inf)} = -7$$

$$\text{Formule du milieu : } \text{borne\_inf} + \{ (\text{borne\_sup} - \text{borne\_inf}) / 2 \}$$

**Etape 1 :** milieu =  $-7 + \{ (13+7) / 2 \} = 3$

$$f(\text{milieu}) = f(3) = 12 - 2 = 10$$

contrôle :  $f(\text{milieu}) = 0 ?$  → non : milieu  $\neq$  de la racine

$\text{borne\_sup} \times f(\text{milieu}) > 0 ?$  → oui → borne\\_sup devient milieu !

**CCL :** Borne\\_inf = -7      Borne\\_sup = 3

**Etape 2 :** milieu =  $-7 + \{ (3+7) / 2 \} = -2$

$$f(\text{milieu}) = f(-2) = -8 - 2 = -10$$

contrôle :  $f(\text{milieu}) = 0 ?$  → non : milieu  $\neq$  de la racine

$\text{borne\_sup} \times f(\text{milieu}) > 0 ?$  → non

$\text{borne\_inf} \times f(\text{milieu}) > 0 ?$  → oui → borne\\_inf devient milieu !

**CCL :** Borne\\_inf = -2      Borne\\_sup = 3

**Etape 3 :** milieu =  $-2 + \{ (3+2) / 2 \} = 0,5$

$$f(\text{milieu}) = f(0,5) = 2 - 2 = 0$$

contrôle :  $f(\text{milieu}) = 0 ?$  → oui : milieu = racine

**CCL :** Racine = 0,5

## 5 - Programme en C :

```
#include <stdio.h>

float fonction (float x)
{
    return 4 * x - 2;
}

main()
{
    float borne_sup, borne_inf, milieu, resultat;

    do {
        printf ("Entrez la borne superieure : ");
        scanf ("%f", &borne_sup);
        printf ("Entrez la borne inferieure : ");
        scanf ("%f", &borne_inf);
    }
    while ( ( fonction(borne_sup)*fonction(borne_inf))>=0 || borne_inf > borne_sup);

    do {

        milieu = borne_inf + (borne_sup - borne_inf) / 2;
        resultat = fonction(milieu);
        printf ("1 - sup : %f Inf : %f Resultat : %f\n", borne_sup, borne_inf, resultat);
        fflush(stdin);

        if ( fonction(borne_sup) * resultat > 0)
        {
            borne_sup = milieu;
        }

        if ( fonction(borne_inf) * resultat > 0)
        {
            borne_inf = milieu;
        }

        printf ("2 - sup : %f Inf : %f Resultat : %f\n", borne_sup, borne_inf, resultat);

    }
    while ( resultat != 0);

    printf ("Le resultat est : %.2f\n", milieu);
    fflush(stdin);
    getchar();
}
```