

Labo de calcul numérique

Calcul de $f(x) = 0$ par méthode dichotomique

1 - Informations trouvées sur Internet :

Bien que la méthode du trapèze soit la plus simple des formules de Newton-Cotes, nous avons montré qu'en général sa précision est insuffisante. La méthode de Romberg est une méthode *itérative* qui utilise la simplicité de la méthode du trapèze pour obtenir une première approximation, puis une extrapolation pour améliorer la précision.

2 - Algorithme :

1- Posez $i=j=0$, $h_0 = b - a$, $T_{0,0} = \frac{1}{h_0} [f(b) + f(a)]$, allez à 3.

2- Si $|T_{i,i} - T_{i-1,i-1}| < \epsilon$ allez à 9.

3- $i=i+1$

4- $h_i = \frac{h_{i-1}}{2}$

$$T_{i,0} = \frac{1}{2} \left[T_{i-1,0} + h_{i-1} \sum_{j=1}^{2^{i-1}} f \left(a + (2j-1) \frac{h_{i-1}}{2} \right) \right]$$

5- $j=j+1$

6- Si $j > i$ posez $j=0$ et allez à 2

7- Posez

$$T_{i,j} = \frac{4^j T_{i,j-1} - T_{i-1,j-1}}{4^j - 1}$$

8- Allez à 5

9- Fin $\int_a^b f(x) dx \simeq T_{i,i}$

3 - Organigramme :

En annexe

4 - Exemple numérique :

T 5 de $\int_0^\pi \sin x dx$

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5
0	0					
1	1.57079633	2.09439511				
2	1.8911890	2.00455976	1.99857073			
3	1.97423160	2.00026917	1.99998313	2.00000555		
4	1.99357034	2.00001659	1.99999975	2.00000001	1.99999999	
5	1.998339336	2.00000103	2.00000000	2.00000000	2.00000000	2.0000000

5 - Programme en C :

```
#include <iostream>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

using namespace std;

double fct(double x);

int main()
{
    double Tab[10][10],a=0,b=3.141592,hj,hjm1,si,sx;
    int n=9,i=0,j=0;

    hj = b-a ;
    cout<<"0.\t 0 "<<endl;

    do
    {
        j++;
        sx=0;
        hjm1 = hj;
        hj = (b-a)/pow(2.0,j);

        for (i=1; i<=pow(2.0,j-1);i++)
            si= fct(a+(2*i-1)*hj), sx = sx+si;

        Tab [0][j]= 0.5*(Tab [0][j-1] + (hjm1*sx));
        cout<<"\n"<<j<<".\t"<<Tab [0][j];

        for (i=1; i<=j; i++)
            Tab [i][j] = (pow (4.0,i)*Tab [i-1][j] - Tab[i-1][j-1])/(pow(4.0,i)-1), cout<<" \t "<<Tab [i][j];

        cout<<endl;
    }while (j<n);

    system("PAUSE");
    return 0;
}

double fct(double x)
{
    double fx;
    fx = sin (x);
    return fx;
}
```